BENEDYKT BORNSTEIN

La géométrie analytique de Descartes et la géométrie philosophique

I. Scientia mirabilis

Nous nous souvenons bien de ces mots célèbres et si étonnants de Descartes notés dans ses "Olympica": "X Novembris 1619, cum plenus forem Enthusiasmo et mirabilis scientiae fundamenta reperirem". L'étonnant et admirable caractère de cette science conçue dans une si haute élévation de l'âme, en quoi consistait donc? Ce ne pouvait être, évidemment, une science renfermée dans une série d'autres, une science ne concernant qu'un domaine particulier; elle devait être une science au dessus de toute autre, et sa supériorité devait être due à son universalité. En pénétrant tous les domaines de l'être, en unifiant toutes les sciences elle devait être en conséquence une méthode universelle; son application aux différents domaines devait assurer des fondements stables et une évolution indubitable aux sciences qui concernent ces domaines. En vérité - scientia mirabilis!

Si nous allons demander à présent, de quelle façon Descartes se représentait le contenu de cette science universelle, nous devons prendre en considération qu'il était en ce temps là totalement absorbé par les problèmes des mathématiques, qu'il tâchait suivant l'exemple des anciens d'appliquer la géométrie aux solutions des problèmes algébriques et de lier de cette manière la science des grandeurs étendues avec la science des rapports des nombres inétendus. En conséquence, nous devons arriver à la conclusion que la science admirable universelle dans la conception de Descartes devait être une science mathématique, de plus non pas une science unilatérale, par conséquent ni une pure algèbre seulement et ni une pure géométrie, mais une liaison des ces sciences, une science à deux faces: l'une - de nature abstraite, l'autre - de nature imaginative, intuitive. Et c'est justement la bilatéralité de cette science projetée - plus tard nommée géométrie analytique - qui devait garantir son universalité. C'est grâce au fait que d'une part les rapports quantitatifs de l'algèbre par l'intermédiaire de la géométrie avaient accès au monde de l'étendue - qui, d'après Descartes, constituait l'essence du monde physique - et permettaient de rationaliser ce monde; et de l'autre il était possible d'aller en

sens inverse en partant du domaine physique soumis aux sens et à l'imagination,et d'essayer à l'aide de ses équivalents rationnels d'atteindre le monde spirituel,"olympique". De cette manière cette science admirable pouvait démontrer toute son universalité,devenir la boucle qui rattache le monde de la matière au monde de la pensée et de l'esprit - en quoi elle se présenterait comme une véritable mathesis universalis.

Et cette seconde voie,la voie "ascendante" du temps de la jeunesse de Descartes dont nous informent les "Olympica",absorbait non moins son esprit que la voie "descendante",de la pure pensée,de l'algèbre jusqu'au monde physique. Descartes a fait remarquer que les poètes se servent à juste raison des représentations des corps sensibles pour exprimer les choses spirituelles,qu'en effet ces deux mondes sont liés par une proche parenté,que "sensibilia apta concipiendis Olympicis: ventus spiritum significat,motus cum tempore vitam,lumen cognitionem..." La raison est obligée aussi de marcher sur les traces de l'imagination poétique et en prenant pour point de départ le monde de la visibilité physique d'essayer d'atteindre le domaine spirituel. "Unde altius philosophantes - dit Descartes - mentem cognitione possumus in sublime tollere". Sans doute,Descartes voyant toute la justesse des métaphores poétiques qui joignent le monde spirituel au monde physique ne pouvait y voir une méthode apte à satisfaire les exigences des savants et des philosophes. Le point de départ de cette méthode,son idée principale fut estimée par Descartes comme parfaitement vraie. Mais cette idée demandait à être approfondie ("altius philosophantes"),à être de nouveau développée,à être prise pour fondement d'une science nouvelle qui au lieu de métaphores vagues et incohérentes, furent elles même parfaitement justes nous donnerait des équivalents intelligibles - exactes,systèmatiquement ordonnés - des éléments du monde physique. Il fallait avant tout atteidre l'essence de ce monde et la reconnaître comme étendue; il fallait ensuite joindre aux éléments intuitifs de ce domaine géométro-physique leurs analogons intelligibles - les relations numériques,les fonctions analytiques. C'est de cette manière que Descartes semblait se représenter cette voie ascendante qui devait

être frayée pour lui et pour toute l'humanité par cette scientia mirabilis - la future géométrie analytique. Elle devait nous donner non seulement la science parfaite du monde de la nature mais aussi celle du monde de la pensée pure et de l'esprit; elle devait être non seulement une géométrie algébrique physique mais aussi une géométrie algébrique philosophique.

Cependant cette algèbre jointe à la géométrie qui a donné postérieurement de si excellents effets quant à la connaissance de la nature - se montra impuissante à l'égard de la mathématisation du monde spirituel, du monde qui semblait être si proche parent du domaine algébrique en raison du fait qu'il était même que lui non sensible, non intuitif, abstrait et rationnel. La susdite algèbre était inapte à transmettre au domaine spirituel des lois géométriques, bien que la géométrie soit capable de mettre en évidence dans le monde de la matière les rapports abstraits de l'algèbre. Elle ne pouvait pas accomplir cette tâche vu qu'en principe elle était incapable de le faire: car elle était l'algèbre de la quantité, tandis que le monde de la pensée et de l'esprit - c'est le monde de la pure qualité non soumis aux lois de "l'ordre" quantitatif. Nous disons de "la pure qualité" car ce ne pas chaque qualité qui est impropre au traitement quantitatif - ces deux catégories ne s'excluent nullement, p.ex. de qualités spatiales peuvent posséder et possèdent réellement leur aspect de quantité et de grandeur. Cependant il existe des qualités, des "qualités pures" qui ne peuvent pas être atteintes par la quantité et la mesure; c'est de cette essence que sont les qualités "philosophiques": la pensée, la connaissance, la valeur. C'est pourquoi l'algèbre cartésienne qui dans ses essors les plus abstraits (algebra speciosa) restait une algèbre quantitative se révélait impuissante par rapport à la connaissance du monde spirituel, philosophique, du monde des pures qualités.

Ce monde présente un système cohérent, une totalité organique, il démontre un certain ordre - et c'est de cette manière que Platon l'envisageât. On peut donc essayer de le connaître d'une manière exacte, mathématique, mais il faut à cette fin créer une autre mathématique, non quantitative, capable de nous révéler "l'ordre" qui règne dans le monde de la qualité. Telle était la conception initiée par Platon dans son enseignement concernant les idées-nombres et des grandeurs idéales[1/]: Descartes ne suivit pas cette voie, il s'arréta à son seuil et son algèbre ne l'a jamais franchi. Leibniz, par contre, a suivi ce chemin et a fondé l'édifice de

---

[1/] Comp. Robin. La theorie platonicienne des idees et des nombres d'apres Aristote. 1908.

l'algèbre qualitative sous la forme d'algèbre des concepts (de logique algébrique) qui grâce à Boole atteignit la perfection du système. Donc, si nous voulons trouver en algèbre une voie qui nous mène au domaine de la pensée et de l'esprit,nous comprenons que ce ne peut être qu'une algèbre qualitative. Mais en ce cas une méthode purement algébrique ne sera pas suffisante. Pour pénétrer l'architecture du monde logique,pour arriver à connaître son organisation,le groupement de ses éléments,les structures présentées par ces éléments - nous avons besoin d'une science beaucoup plus structurelle,beaucoup plus architectonique que la science présentée par l'algèbre abstraite,non-intuitive. Nous avons besoin d'une science capable de mettre en évidence les formes cachées dans cette algèbre qualitative,de révéler ses structures,de manifester l'organisation de ce monde intelligible. Il n'y a que la géométrie qui puisse se présenter comme cette science désirée.

La géométrie,mais laquelle? La géométrie ordinaire qui concerne la grandeur et la mesure ne se prête pas à la collaboration avec l'algèbre qualitative. Nous avons besoin d'une géométrie qualitative comme l'est algèbre de la logique,nous avons besoin d'une géométrie ayant pour l'objet non les grandeurs spatiales,non les distances,mais les qualités spatiales: les positions,les directions,les situations ainsi que leurs ensembles. Une telle géométrie existe à présent et même aux temps de Descartes elle se trouvait représentée par Desargues. Ensuite,dans la première moitié de XIX siècle,elle s'est constituée comme système et à présent elle est connue sous divers noms,notamment sous celui de nouvelle géométrie synthétique,de géométrie de position ou géométrie projective.

Donc,pour faire de la géométrie analytique de Descartes une science philosophique exacte,il faut la soumettre à une modification fondamentale.

---

x1/ ~~Comp. Robin. La théorie platonicienne des idées et des nombres d'après Aristote. 1908.~~

Il faut notamment passer du domaine du nombre et de la grandeur au domaine de la qualité, il faut introduire au lieu de l'algèbre quantitative, l'algèbre qualitative, c'est à dire la logique algébrique et pareillement au lieu de la géométrie de grandeur - la géométrie qualitative de position (géométrie de position). Et si la relation entre l'algèbre qualitative et la géométrie qualitative se montre la même que la relation entre l'algèbre quantitative et la géométrie de grandeur, donc se révèle comme parallélisme parfait et correspondance exacte - alors nous obtiendrons un analogon philosophique exact de la géométrie analytique cartésienne; no nous obtiendrons une science bilatérale, une science ayant deux aspects complémentaires, l'un abstrait, logique, l'autre - intuitif, structurel, géométrique. Nous aurions ici la mathématique comme organon de science et philosophie, nous aurions ce à quoi Descartes a rêvé, quand plenus enthusiasmo il découvrait mirabilis scientiae fundamenta.

II. La logique géométrique et la géométrie logique.

Si nous voulons acquérir cette géométrie philosophique qui serait avant tout une géométrie logique, plus exactement: une géométrie algébro-logique, en premier lieu la question se pose, si l'algèbre de logique se soumet à la géométrisation de même qu'il arrive en algèbre quantitative. Rappelons nous les rapports intimes qui lient la logique au monde de l'étendue, les rapports qui se manifestent dans la terminologie logique (notions subordonnées, notions coordonnées, définition, extension des notions, leur inhérence, termes du jugement, termes du syllogisme etc.) ainsi que dans les essais de représenter intuitivement des rapports logiques (par exemple, au moyen de cercles d'Euler). Dans ces conditions nous voilà déjà disposés a priori à résoudre dans un sens positif la question de la géométrisation de l'algèbre de logique, la question de l'imaginer dans l'espace, naturellement dans l'espace qualitative. Si nous prenons maintenant encore en considération le fait que le domaine de l'algèbre de logique ainsi que le

domaine de la géométrie projective sont soumis à la loi de la dualité[1/] si caractéristique et décisive dans ces domaines, alors leur affinité profonde nous deviendra évidente et la possibilité de la géométrisation de l'algèbre de logique sera hors de doute.

En nous appuyant sur ces prémisses et étant à part cela dirigés par des motifs gnoséologiques, nous nous sommes appliqués à la géométrisation de la logique; nous chercherons à présenter ici les résultats obtenus[2/].

Avant tout il faudrait faire correspondre entre elles deux opérations fondamentales et duelles vis à vís l'une de l'autre de la géométrie projective (la section et la projection) aux deux opérations fondamentales et duelles de l'algèbre de logique (l'addition et la multiplication). Cette tâche nous l'avons accomplie en faisant correspondre le point d'intersection (de l'union) de deux droites à la somme logique de deux éléments et duellement: la ligne joignant deux points (leur substratum commun) au produit logique de deux éléments[3/] (fig.1).

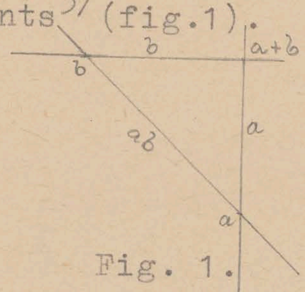


Fig. 1.

De la correspondance susmentionnée il résulte que le rapport de l'implication (p.ex. $a < a+b, ab < a$) est représenté chez nous par le passage de la droite par le point, par "l'inhérence" en lui. Nous traçons à présent deux axes de coordonnées et sur l'axe horizontal nous faisons correspondre au point situé à droite du centre des coordonnées l'élément a et au point situé symétriquement du côté opposé du centre - l'élément a'. De même sur

---

[1/] Cette loi fût établie en géométrie par Poncelet (1822) et Gergonne (1826) et en logique par Peirce (1867) et Schroeder (1877).

[2/] Vide "La géométrie de la logique catégorielle et sa portée philosophique" Revue Philosophique, Varsovie, 1926 et 1927.

[3/] La somme logique (+) dénote chez nous une conjonction ("et") et le produit logique (×) une disjonction ("ou").

l'axe vertical) nous aurions les éléments b et b'.

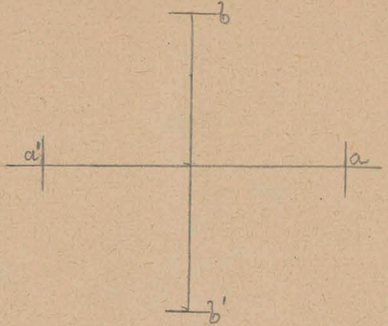


Fig. 2.

En prenant en considération ce fait que dans l'algèbre de logique nous avons aa' = 0 et bb' = 0, nous désignons l'axe horizontal - qui conformément à la correspondance susmentionnée est représenté par le produit aa' - aussi par 0. De même, l'axe vertical sera aussi désigné par 0. L'union de ces axes au centre de coordonnées donnera à ce point pareillement la dénomination 0, parce que 0+0=0. À présent nous joignons le point a, b, a', b' par des droites et nous ~~menons~~ traçons par ces points quatre lignes droites parallèlement aux axes de coordonnées. Nous ~~recevons~~ obtenons alors le diagramme ci dessous:

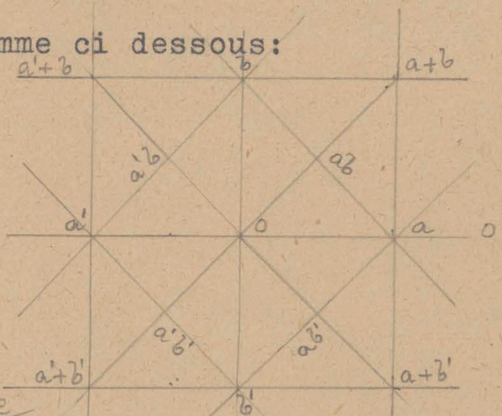


Fig. 3.

La correspondance vue au diagramme 3 entre des symboles algébro-logiques ~~aux~~ et droites obliques ~~ne demande~~ n'exige pas d'explications spéciales; au contraire, les symboles désignant les quatres sommets du carré extérieur exigent quelques commentaires. Il se pose donc une question, si p.ex. le point a+b a reçu~~-t-il~~ légalement sa dénomination, notamment si les droites dont il présente l'union sont vraiment les droites a et b. Il n'y a aucune difficulté ~~de~~ à démontrer que, en réalité, les choses se comportent ainsi. Nous dénoterons par x la droite perpendiculaire sur l'axe horizontal (l'axe 0) et passant par le point a; alors nous aurons x+0=a, et par conséquent vu le caractère du 0 logique aussi x=a. Pareillement nous démontrons que les autres côtés du carré extérieur sont les droites b, a' et b'. Il s'ensuit de là que les symboles des quatre sommets du carré extérieur soient déterminés à ~~droit~~ raison. Nous complétons à présent nos carrés duels en ~~menant~~ traçant des axes obliques et ~~puis nous passons~~ il nous reste à symboliser algébriquement les éléments "impropres" du plan des coordonnées.

Ces éléments "impropres" se présentent comme la droite à l'infini et quatre points situés sur cette droite; ces quatre points sont les points d'intersection des quatre axes et cette droite à l'infini. Les points susmentionnés seront donc: a+a', le point à l'infini étant duel à l'égard de l'axe horizontal aa'; le point b+b' étant duel à l'égard de l'axe vertical bb'; et puis le point a'b+ab' ainsi que le point ab+a'b'. ~~En vue~~ Vu qu'en algèbre de logique a+a'=1 et b+b'=1 nous désignons le point d'union à l'infini des droites parallèles a et a' par 1, et pareillement le point d'intersection des droites b et b' aussi par 1. De cette manière la droite à l'infini, substratum commun des ces points, sera 1 × 1, donc de même 1. Pour discerner ces unités nous ferons usage des index, ~~donc~~ nous écrirons donc: $1_{a+a'}$, $1_{b+b'}$ et $1_{(a+a')(b+b')}$; ~~pareillement;~~ de même que les zéros duels à l'égard de ces unités nous symboliserons par: $0_{aa'}$, $0_{bb'}$, et $0_{aa'+bb'}$.

De cette manière nos deux carrés duels avec cinq éléments "impropres" à l'infini correspondent ~~aux~~ à tous les éléments de la logique algébrique à deux éléments; en même temps ils symbolisent géométriquement tous les axiomes de cette logique (p.ex. le premier système d'axiomes donné par E.Huntington[1/]) et par conséquent toutes ses propositions excepté (celles ~~ces~~ qui) concernant les relations: $a<b$, $b<a$, $a<b'$ et $b'<a$ qui ~~sortent au delà de~~ dépassent notre diagramme fondamental du plan logique. ~~Pour~~ Afin de symboliser ces relations géométriquement il faut p.ex. ~~la~~ (la droite a) faire tourner autour du point a ~~au~~ de 45°; elle passera alors par le point b et de cette manière elle symbolisera la relation $a<b$; dans cette position elle sera congruente avec la droite ab et elle nous donnera de cette façon l'image spatiale de la définition: $a<b = (a=ab)$. En modifiant de manière pareille notre fondamentale image du plan logique nous pourrons donner une représentation géométrique pour toutes les relations, les opérations, les axiomes et les propositions de la logique algébrique à deux éléments. Nous saurons le faire aussi pour la logique à trois éléments en l'imaginant dans l'espace à trois dimensions; alors au lieu de deux carrés duels nous aurons un cube et

----

1/ E.Huntington. Sets of independent postulates for the Algebra of Logic (Transaction of the American Mathematical Society, vol.5, 1904, 292 - 296).

un octaèdre duel inscrit en ce cube. Nos diagrammes nous permettront d'y lire directement les propositions de la logique algébrique plane ainsi que stéréométrique[1/].

De cette façon nous jetons les bases de la logique algébro-géométrique et de sa réciproque - la géométrie algébro-logique. Cependant une question se pose qui exige une explication plus détaillée. Dans cette géométrie nous n'avons sur le plan que 26 éléments au lieu d'un nombre infini d'éléments du plan ordinaire de la géométrie projective. Qu'est ce donc que la géométrie et qu'est ce que le plan géométrique? Nous repondons: c'est un plan catégoriel,un plan de catégories géométriques,et la géométrie qui le concerne est la géométrie catégorielle. Notre figure 3 nous donne les types - et en ce sens les catégories - de tous les éléments géométriques possibles sur le plan,les types des points et des droites qui représentent l'ensemble indéfini des éléments de ce plan. Platon aurait dit que nous avons ici les idées,les prototypes des points et des droites - "les points idéaux" et "les droites idéales". Nous disons:les points catégoriels et les droites catégorielles. Tels points sont p.ex.: le point situé dans le quart supérieur droit (le point a+b) représentant tous les points de ce quart; ou le point situé à la frontière du quart droit supérieur et inférieur,donc situé sur l'axe horizontal à droite du centre des coordonnées (le point a),représentant tous les points de cette moitié de l'axe

---

1/ Prenons comme exemple le théorème de Morgan: (a+b)=a'b'. On peut le déduire du développement de 0 par rapport à a et b,donc 0=(a+b)(a+b')(a'+b)(a'+b'). Nous voyons sur le diagramme le schéma spatial de ce développement: les quatre sommets du carré extérieur sont les éléments du développement de 0,ses facteurs. La négation d'un de ces sommets,p.ex. du point a+b réduit ces quatre possibilités à trois,notamment: (a+b')(a'+b)(a'+b'), mais le produit des deux premiers facteurs,comme nous le voyons,est la droite a',le produit du second et du troisième facteurs est la droite b'; de cette manière la négation du point a+b donne comme résultat a'b',le produit des deux droites ou des deux points équivalents a' et b'. Et ce dernier produit est représenté par la droite a'b'. De cette manière nous pouvons "démontrer" intuitivement le théorème de Morgan sur notre diagramme et le lire sur ce diagramme.

horizontal; ou la droite oblique indéfinie passant par trois quarts: le quart supérieur gauche, le quart supérieur droit et le quart inférieur droit (la droite ab) représentant toutes les droites passant par ce quart etc. Tels sont donc ces droites et ces points catégoriels dont s'occupe la géométrie catégorielle et qui sont soumis au calcul grâce à sa correspondance logico-algébrique 1/.

Nous devons maintenant nous rendre compte de la portée décisive que possède cette nature catégorielle de la géométrie algébro-logique à l'égard de son caractère philosophique. ~~C'est depuis~~ Dès l'aurore de la philosophie toutes les aspirations de ses adeptes ont eu pour but de révéler l'unité ~~joignant~~ qui rattache la multiplicité ~~d'~~ des objets, de réduire cette multiplicité ~~au nombre le plus petit~~ au plus petit nombre possible d'éléments, au nombre ~~le~~ plus petit possible de catégories ou principes. Et c'est cette tendance philosophique que la géométrie catégorielle manifeste quant au domaine des objets spatiaux en réduisant leur multiplicité indéfinie au nombre restreint des types, des catégories ou des principes. Si nous voulons prendre conscience encore une fois de ces moments qui font de la géométrie en question une géométrie philosophique, de moments qui manquent dans la géométrie analytique de Descartes, nous allons dire:

1/ cette géométrie est qualitative tandis que la géométrie analytique est quantitative
2/ cette géométrie est catégorielle tandis que la géométrie analytique est une géométrie des éléments ~~en~~ au nombre indéfini
3/ cette géométrie est logique, elle correspond à une algèbre logique, tandis que la géométrie analytique correspond à une algèbre numérique.

III. La géométrie ontologique

En prenant ici pour le point de départ le domaine géométrique nous nous servons de sa valeur précieuse qui consiste dans l'évidence qu'il présente. Grâce à cette évidence l'organisation du monde catégoriel devient pour nous

----

1/ Ce serait une erreur de supposer que cette géométrie catégorielle ne présente qu'un supplément de la logique algébrique, catégorielle. Au contraire, on peut la constituer tout à fait indépendamment en la fondant sur ses propres axiomes (qui corresponderont évidemment aux axiomes de la logique algébrique~~s~~).

immédiatement visible; nous découvrons ici des structures catégorielles qui, existentes dans le monde de la pensée, sont cependant profondement cachées sous sa surface abstraite. Ce n'est qu'en les connaissant dans le monde spatial que nous pouvions les mettre à jour dans le monde isomorphe de la logique. Prenons quelques exemples.

Dans l'algèbre de la logique les éléments équivalents restent indifférentiés, p.ex.: l'élément duel à l'égard de l'élément simple a c'est le même élément a. Tandis que dans la logique géometrique le dimorphisme que présente cet élément nous est donné ad oculos: la dualité du point a n'est pas représenté par le point a mais par la droite a; si nous prenons le point a comme une substance, alors son élément duel sera son accident équivalent. Et ce fait nous permet de comprendre la structure a<a (la droite a passe par le point a) non seulement comme une expression de l'identité de deux éléments, mais comme une équivalence de la totalité et de sa certaine partie, de la substance et d'un de ses accidents. - La question se pose pareillement quant aux éléments polaires et proprement négatifs. L'algèbre de la logique ne les discerne pas et ne tient compte que des éléments proprement négatifs. Cependant la logique géométrique en nous donnant ad oculos la structure duellement-polaire, la structure aux quatre éléments: le point a, la droite a, le point a' et la droite a' nous montre distinctement le dimorphisme de l'élément négatif a et discerne entre le pôle du point a en forme de point a' et entre la propre négation du point a en forme de la droite a' (le point a est représenté par a+0 et sa négation sera (a+0)'=a'.1, cela veut dire la droite a'). Cette structure détermine exactement la relation qui existe entre le pôle et la négation propre comme la dualité, relation importante mais dont on ne tient pas compte dans l'algèbre de la logique. Ou bien ces quatre éléments harmoniques de la géométrie projective visibles dans notre image catégorielle du plan; chaque droite est un substratum de quatre points catégoriels harmoniques et duellement: chaque point est un sommet de quatre droites catégorielles harmoniques. Ces quatre éléments transposés dans le domaine logique et éclairés à la lumière de la logique, p.ex. les quatre éléments harmoniques situés sur l'axe horizontal: a', 0, a et 1 (le

point à l'infini) nous montrent que la thèse a et l'antithèse a' sont jointes ~~pas~~ non par seulement une synthèse,mais par deux,notamment par O=aa' (la méso-thèse) et par 1=a+a' (la métathèse,l'eschatothèse).

Ces exemples suffisent pour prendre conscience de toute la portée du point de départ du domaine intuitif géométrique pour le monde des contenus inétendus logiques,pour ~~le~~ ce monde qui malgré toute la différence du substratum s'est présenté à nous ~~comme~~ soumis aux mêmes rapports et aux mêmes lois ~~comme~~ que le monde étendu.

~~Cependant c'est~~ Or, une nouvelle question ~~qui~~ se pose maintenant. ~~Notamment,~~ Nous arrivons à nous demander si la portée philosophique de la géométrie catégorielle s'épuise~~-t-elle~~ totalement par ~~le~~ la trans~~fert~~position de ses structures dans le~~s~~ domaine~~s~~ logique,si elle ne possède~~-t-elle~~ pas une étendue beaucoup plus ~~large~~ vaste,c'est à dire si ces structures nous mènent~~-elles~~ pas à travers ~~d'~~ l'algèbre et ~~de~~ la logique au monde des objets en général,au domaine ontologique. Cette dernière proposition se montrera plus que vraisemblable si nous prenons en considération encore une fois ce fait que le monde des qualités spatiales malgré toute la différence de son tissu est dirigé par les mêmes lois ~~comme~~ que le monde des qualités logiques inétendues et que de cette manière ces qualités si dissemblables quant à leur substratum manifestent ~~son~~ une affinité catégorielle ~~la~~ des plus profondes. Les catégories régionales - géométriques,logiques - ne sont qu'une manifestation et une différenciation des catégories ontologiques qui comme telles se transfèrent sans changement d'un pôle à un autre tout à fait différent quant à son substratum. Ainsi donc,p.ex. les catégories géométriques: la droite horizontale (b),la droite verticale (a),leur point d'union (a+b) ainsi que les catégories logiques correspondantes: le genre (b),la différence spécifique (a) et l'espèce (a+b) ne représentent qu'une différenciation régionale des catégories ontologiques,telles que: le substratum (b),la forme (a) et leur totalité (a+b). ~~De ce~~ Du fait que les structures qualitatives de la géométrie logique ~~soient~~ sont réellement des structures ontologiques,que les lois qualitatives formulées par cette géométrie représentent des lois ~~pas~~ non seulement géométriques et logiques mais des lois de qualité en général,nous ~~nous~~ en prenons l'assur~~ons~~ance aussi bien a posteriori,en découvrant ces structures dans les plus différents do-

maines de l'être.

Ainsi nous avons toutes ~~les~~ données que la géométrie qualitative catégorielle ~~soit~~ est une géométrie ~~pas~~ non seulement logique mais aussi ontologique, et que de cette manière son caractère philosophique se manifeste beaucoup plus prononcé ~~fortement~~. Elle devient une vraie mathesis universalis au type mathématique, elle devient un organon mathématique de la philosophie, et comme une géométrie algébro-ontologique elle nous donne une philosophie d'une forme exacte, comme ~~une~~ ontologie algébro-géométrique.

Mais cela n'épuise pas la question concernant la voie "en haut" qui mène de sensibilia ou plutôt de imaginabilia du monde géométrique au monde olympique, philosophique. Car cette voie ne nous conduit ~~-elle~~ pas seulement au domaine de l'ontologie, c'est à dire de la métaphysique générale, mais aussi au domaine de la métaphysique spéciale, c'est à dire de cette métaphysique qui concerne les derniers principes du monde. C'est parce que parmi les catégories géométro-logiques nous ~~voyons~~ observons une gradation et une hiérarchie; il y a parmi ~~eux~~ elles des éléments plus hauts et plus bas, c'est à dire ~~plus~~ certains qui sont primordiaux et ~~plus~~ d'autres qui sont plutôt dérivés. Ces catégories plus hautes, ces principes plus hauts qui se distinguent ~~pas~~ non seulement géométriquement, mais aussi ~~de~~ à la manière algébrique et logique - voilà le vrai domaine de la métaphysique spéciale comme ~~une~~ partie de l'ontologie. Ces principes suprêmes se présentent de la part de la géométrie comme un faisceau de quatre axes unis dans le centre des coordonnées et comme une droite à l'infini, duelle à l'égard de ce centre, avec ses quatre points. En d'autres termes, c'est aux principes métaphysiques que correspond ~~dent~~ géométriquement le système lui-même des coordonnées ainsi que son reflet duel à l'infini. De cette manière prenant pour ~~le~~ point de départ le domaine de l'intuition géométrique "altius philosophantes mentem cognitione possumus in sublime tollere".

x x

x

Cependant,si cette sublimation des catégories qualitatives et des structures géométriques semble-t-elle être une méthode propre à ~~con~~acquérir l'intuition du domaine spirituel, ~~c'est d'autre côté que~~ il surgi~~sse~~t ~~une~~ la question ~~quant~~ de ~~à~~ son ~~application~~ applicabilité au domaine physique. ~~Pourtant~~ Precur? Le monde de la physique ~~c'~~est ~~un~~ le domaine de la mathématique quantitative; grâce à l'application de cette mathématique depuis Descartes et Galilée la science exacte de la nature présente des progrès si brillants; ~~donc~~ quel rôle peut donc bien jouer ici la mathématique des qualités ~~pourrait-elle jouer ici~~, ~~la~~ cette mathématique des qualités dont ~~le bannissement~~ l'expulsion du monde de la physique annonçait une ère nouvelle dans l'évolution de cette science? Cependant tout ce cours ~~du~~ de raisonnement ~~se fond~~ repose sur un profond malentendu,notamment sur le fait que nous opposons ici radicalement la catégorie de la quantité à la catégorie de la qualité. Et pourtant la question se présente tout à fait autrement: la qualité est une catégorie universelle et parmi des qualités nous distingons deux genres fondamentaux. Premièrement - les qualités non-mesurables qui ne se soumettent pas à la méthode de la mathématique quantitative,qui cependant se soumettent à la méthode de la mathématique qualitative; ce sont les qualités que nous pouvons brièvement nommer qualités spirituelles. ~~Deuxièmement~~ En second lieu - les qualités mesurables,comme p.ex. les formes spatiales géométriques qui étant en principe des qualités se prêtent au traitement quantitatif. La géométrie trouve son application dans le monde physique; peut-on supposer que ce n'est que son aspect quantitatif qui soit capable de pénétrer ce domaine, ~~pourtant~~ tandis que son ~~deuxième~~ second aspect, l'aspect qualitatif, lié si fortement ~~avec le~~ au premier,soit arrêté sur son seuil? L'étendue est une propriété essentielle du monde physique; mais l'étendue ~~c'~~est une qualité et les lois de la qualité doivent pénétrer avec elle le domaine physique en y possédant des analogues numériques[1]. ~~Et en même temps avec cette~~ Et simultanément la géométrie

---

1/ Avant tout,quoique pas uniquement,est ici en cause la correspondance qui unit la somme et le produit qualitatif (logique) au plus petit commun multiple et au plus grand commun diviseur (Cantor,Dedekind). Ces analogues jouent un rôle principal dans l'exposition des structures qualitatives dans l'acoustique physique.(Comp. B.Bornstein Architektonika świata (L'Architectonique du monde) vol.II,chap.XIII: La logique des tons harmoniques. Varsovie, 1935).

qualitative y pénètrent l'algèbre qualitative et la logique algébrique, et l'ontologie algébro-géométrique en manifestant ~~cette~~ l'union étonnante qui règne ~~au~~ dans le monde et joi~~gne~~nt ses deux ramifications, spirituelle et physique.

La géométrie catégorielle algébro-logico-ontologique embrasse le monde spirituel ainsi que le monde physique et c'est par cette universalité qu'elle ~~constate~~ affirme définitivement sa nature philosophique. La mathématique devient ici une philosophie et - ce qui est plus ~~grave~~ important encore - la philosophie devient une science exacte, mathématique. Nous nous souvenons des mots d'Aristote (Metaph. A,9,992a) concernant la plus ancienne Académie:

Γέγονε τὰ μάθηματα τοῖς νῦν ἡ φιλοσοφία.

1947 r.